

# Деформируемые тела

2 груза, связанных пружиной друг за другом :  
стенка -> пружина <- груз 1 -> пружина <- груз 2  
-----СТОЛ-----

Уравнения:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 = -F_1 + F_2 \\ m\ddot{x}_1 = -F'_2 \\ F_1 = -kx_2 \\ F_2 = F'_2 = k(x_2 - x_1) \\ \left[ \omega_0^2 = \frac{k}{m} \right] \end{cases} = \begin{cases} m\ddot{x}_1 = -kx_2 - 2kx_1 \\ m\ddot{x}_2 = -kx_2 + kx_1 \end{cases} = \begin{cases} \ddot{x}_1 + 2\frac{k}{m}x_1 - \frac{k}{m}x_2 = 0 \\ \ddot{x}_2 + \frac{k}{m}x_2 - \frac{k}{m}x_1 = 0 \end{cases}$$

методом комплексных амплитуд:

$$\begin{cases} x_1 = Ae^{i\omega_1 t} + \beta e^{i\omega_2 t} \\ x_2 = Ce^{i\omega_1 t} + De^{i\omega_2 t} \end{cases} = \begin{cases} \ddot{x}_1 = -\omega_1^2 Ae^{i\omega_1 t} - \omega_2^2 \beta e^{i\omega_2 t} \\ \ddot{x}_2 = -\omega_1^2 Ce^{i\omega_1 t} - \omega_2^2 De^{i\omega_2 t} \end{cases} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow e^{i\omega_1 t} (\omega_1^2 A + 2\omega_0^2 A - \omega_0^2 C) + e^{i\omega_2 t} (\omega_2^2 \beta + 2\omega_0^2 \beta - \omega_0^2 D) = 0$$

(нужно потребовать, чтобы коэффициенты в скобках были равны нулю)

$$C = \frac{2\omega_0^2 - \omega_1^2}{\omega_0^2} A$$

$$D = \frac{2\omega_0^2 - \omega_2^2}{\omega_0^2} B$$

## Всяки разные деформации

Деформации на микроскопическом уровне: смещаются атомы относительно положения равновесия, то есть  $W_p$  увеличивается, короче хуйня всякая погнали

Определение: Деформация - изменение взаимного расположения материальных точек тела, вызванное внешним воздействием, которое приводит к искажению формы и размера тела и вызывает изменения сил взаимодействия между материальными точками, т.е. появление напряжений

$$U - \text{напряжение, } r - \text{сдвиг. тогда } U(t) = U_0 + \frac{1}{1!} U'|_{r=r_0} (r - r_0)^1 + \frac{1}{2!} U''|_{r=r_0} (r - r_0)^2 + \dots$$

пусть  $r - r_0 = x$ , тогда  $U(x) = \frac{kx^2}{2}$  - что подозрительно похоже на формулу  $W_p$  для пружины

Берём производную:  $F = -kx$  - Но это работает только при малых смещениях, потому что мы забили на остальные слагаемые в ряде тейлора!

Типы деформаций:

1. растяжение(сжатие)
2. сдвиг
3. кручение
4. изгиб
5. всё остальное = суперпозиции (1)-(4)

## растяжение (сжатие)

Рассмотрим балку: один конец закрепили, к другому прикладываем силу  $F$  ко всему сечению балки.

Напряжение:  $\sigma = \frac{F}{S}, \varepsilon^2 = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\Delta l}{l}$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \varepsilon_{\perp} = \frac{\Delta d}{d}, \mu = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon}$$

$\mu$  - Коэффициент Пуассона

Закон Гука:  $\sigma = E\varepsilon$ , где  $E$  - Модуль Юнга.

Продольно балка увеличивается, поперечно - уменьшается.

### Всестороннее сжатие:

Куб:  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  приложены к разным граням:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E}$$

Если  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ :  $\varepsilon = \varepsilon_x = \frac{\sigma}{E}(1 - 2\mu), 0 \leq \mu \leq \frac{1}{2}$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon \geq 0 \implies \mu \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{Тогда } \frac{\Delta V}{V} = \frac{V_k - V_0}{l_0^3} = \frac{(l_0(1+\varepsilon))^3 - l_0^3}{l_0^3} = (1 + \varepsilon)^3 - 1 \approx 3\varepsilon \implies \frac{\Delta V}{V} = \frac{3\sigma}{E}(1 - 2\mu) = \frac{\sigma}{K}$$

Где  $K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$  - Коэффициент всестороннего сжатия.

## Деформация сдвига

Закрепим основание куба и будем прикладывать силу ко всей верхней грани касательно, то есть превращать куб в параллелепипед.

$\tau = \frac{F}{S}$ . Назовём величину  $\gamma = \tan \alpha$  относительным сдвигом.