

Механические волны

Типы волн

- круговые - распространение по нормали

Фазовая скорость: (в случае дисперсии): скорость перемещения фазы волны

Групповая скорость: Скорость распространения волнового пакета

Продольные волны в стержне

стукнем молотком по стержню и выделим кусочек $[x, x + dx]$. смещение: $[u(x), u(x + dx)]$.

$$\Delta m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = S(\sigma(x + dx) - \sigma(x)), \sigma = E\varepsilon = E \frac{u(x+dx) - u(x)}{dx} = E \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho_v} \frac{\varepsilon(x+dx) - \varepsilon(x)}{dx} = \frac{E}{\rho_v} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho_v} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \text{уравнение волны} - v_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho_v}}, v_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho_v}}$$

Волны в жидкости и газе

Для определенности поместим газ в цилиндрическую трубу. Снова выделяем кусочек...

Волны сразу же будут только продольные. $dP = -\sigma \Rightarrow dm \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = S(P(x) - P(x + dx))$

$$dm = \rho S dx$$

$$P = P(\rho) \Rightarrow dP = \frac{\partial P}{\partial \rho} d\rho$$

$$\varepsilon = \frac{S \Delta l}{Sl} = \frac{dV}{V}$$

$$m = \text{const} = \rho V \Rightarrow 0 = d\rho V + dV \rho \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)(\partial \rho|_x - \partial \rho|_{x+dx})\rho = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right) \frac{-\varepsilon|_x + \varepsilon|_{x+dx}}{dx} = \left[\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}\right] \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right) \Big|_{\rho=\rho_0} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right) \Big|_{\rho=\rho_0}}$$

Где c - скорость распространения волны

поток энергии в бегущей волне

$$u = u_0 \cos(\omega t - kx)$$

$$k = \frac{mv_{\parallel}^2}{2}$$

$$W_k = \frac{k}{V} = \frac{\rho}{2} v_{\parallel}^2 = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 = \frac{\rho u_0^2 \omega^2}{2} \sin^2(\omega t - kx)$$

$$W_{pot} = \frac{E\varepsilon^2}{2} = \frac{E}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 = \frac{E}{2} u_0^2 k^2 \sin^2(\omega t - kx) = \frac{E u_0^2 \omega^2}{2v^2} \sin^2(\omega t - kx) = \left[v^2 = \frac{E}{\rho}\right] = \frac{\rho u_0^2 \omega^2}{2} \sin^2(\omega t - kx)$$

$$\text{Получилось, что } W_k = W_{pot} \Rightarrow W = \rho u_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx) = \frac{\rho u_0^2 \omega^2}{2} - \rho u_0^2 \omega^2 \frac{\cos(2(\omega t - kx))}{2}$$