Mon Mar 31 09:03:15 MSK 2025 Разделим сосуд на 2 части. Посчитаем вероятность того, что в левой части энергия E_1:

$$P(E_1) = \frac{\Gamma(E_1)\Gamma(E_2)}{\Gamma_0}, \frac{\partial P(E_1)}{\partial E_1} = 0 = \frac{\partial \ln P(E_1)}{\partial E_1} = 0 = \frac{\partial \ln \Gamma(E_1)}{\partial E_1} + \frac{\partial \ln \Gamma(E_2)}{\partial E_2} \underbrace{\left(\frac{\partial E_2}{\partial E_1}\right)}_{=-1} = 0$$

$\dfrac{\partial \ln \Gamma(E_1)}{\partial E_1} = \dfrac{\partial \ln \Gamma(E_2)}{\partial E_2} \implies T_1 = T_2 \implies \dfrac{\partial \ln \Gamma(E)}{\partial E} = \dfrac{1}{kT}$ - статистическое определение температуры.

Распределение Гиббса

$$P(\varepsilon) = \frac{\Gamma(\varepsilon)\Gamma(E_0 = \varepsilon)}{\Gamma_0} \implies P(\varepsilon) = A \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)$$

$E \to g(E) = \frac{dP_x dP_y dP_z dx dy dz}{h^2} \implies dP = A \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dP_x dP_y dP_z dx dy dz; E = \frac{mv^2}{2} + \Pi(x,y,z) \implies dP(E) = dP_{\text{М}} \cdot dP_{\text{Б}}, dP_{\text{М}} = A \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \cdot 3\pi v^2 dv$

Определение энтропии

$S = f(P)$: энтропия - это функция от вероятности..? $P = \frac{\Gamma}{\Gamma_0}$. Пример: есть 2 объёма с $S_1, P_1; S_2, P_2$. При объединении систем: $S_{12} = S_1 + S_2; P_{12} = P_1 \cdot P_2 . S_{12} = f(P_1) + f(P_2) = f(P_1 P_2) \implies f(P) = C \ln(P) = A \ln(\Gamma)$

Найдём A: $S(V,T) = C_V \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0}$. возьмём 2 сосуда с равными объёмами и объединим их: $\Delta S = R \ln 2 = A \ln \frac{\Gamma_{\text{Стало}}}{\Gamma_{\text{Было}}} = A \ln \frac{2^{N_A}}{1}; \quad R = AN_0 \implies A = k_{\text{Б}}$

$$S = k_{\text{Б}} \ln \Gamma$$

Теорема о равнораспределении E по степеням свободы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{m\langle v_x^2\rangle}{2} + \frac{m\langle v_y^2\rangle}{2} + \frac{m\langle v_z^2\rangle}{2} = \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2}$$

$$\left\langle \frac{mv_x^2}{2} \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \cdot \frac{mv_x^2}{2} dv_x = \frac{kT}{2}$$

$$\left\langle \frac{\mathcal{J}_x \omega_x^2}{2} \right\rangle = \frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(-\frac{\mathcal{J}\omega_x^2}{2kT}\right) \frac{\mathcal{J}\omega_x^2}{2} d\omega_x}{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(-\frac{\mathcal{J}\omega_x^2}{2kT}\right) d\omega_x} = \frac{kT}{2}$$

$$\langle E \rangle = \left\langle \frac{mv_x^2}{2} \right\rangle + \left\langle \frac{kx^2}{2} \right\rangle = \left\langle \frac{mv_x^2}{2} \right\rangle + \left\langle \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right\rangle = \frac{kT}{2} + \frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{m\omega^2 x^2}{2} A \exp\left(-\frac{m\omega^2 x^2}{2kT}\right) dx}{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(-\frac{m\omega^2 x^2}{2kT}\right) dx} = \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} = kT$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{(i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{кол}})}{2} kT$$

Броуновское движение

Блуждание частицы: одно перемещение под поздействием ударов

$$\vec{r}_n = \sum_i \vec{q}_i \implies \langle r^2 \rangle = \left\langle \sum_{i \neq j} \vec{q}_i \cdot \vec{q}_j \right\rangle + \left\langle \sum_i q_i^2 \right\rangle = \left\langle \sum_i q_i^2 \right\rangle$$