

Содержание

Термодинамика	2
Второе начало термодинамики	8
Энтропия	8
Термодинамические функции и потенциалы	9
Внутренняя энергия	9
Свободная энергия F	10
Энтальпия H	10
Потенциал Гиббса G	10
Все соотношения максвелла:	10
Химический потенциал	10
Устойчивость термодинамической системы	10
Третье начало термодинамики (тепловая теорема Нернста)	11
Статистический подход	11
Комбинаторика	12
Биноминальное Распределение, распределение Гаусса и Пуассона	12
Распределение Максвелла	12
Частота ударов молекул о стенку	13
Уравнение менделеева-клапейрона	14
Бернштейнская формула	14
Boltzmann distribution	14
Распределение Больцмана	14
потенциальные ямы	15
микросостояние статистической системы, фазовое пр-во	16
Распределение Гиббса	16
Определение энтропии	16
Теорема о равнораспределении E по степеням свободы	17
Броуновское движение	17
я неделю болел, поэтому пары конспектов нет...	17
явления переноса	17
какая-то нестационарная диффузия	18
какая-то нестационарная теплопроводность	18
явления переноса в разреженном газе	18
Нереальные газы. Уравнение ван-дер-Ваальса (ВДВ) [ван дэр вальса]	18
молекулы имеют конечный размер :0	18
сила притяжения молекул	19
.	19

Лекция 1 (2025-02-10)

Введение.

Предмет молекулярной физики: изучение молекулярной формы движения (т.е. движение большой совокупности молекул)

Молекула: наименьшая частица вещества, сохраняющая его химические свойства

- Все вещества состоят из большого числа обособленных частиц: атомов и молекул
- Частицы всегда хаотически движутся, интенсивность зависит от температуры
- Частицы взаимодействуют друг с другом силами притяжения и отталкивания
- Есть 2 экспериментальных факта: броуновское движение и диффузия

Масса атомов и молекул: измеряется "Относительная Атомная Масса": $\frac{1}{12}$ массы изотопа углерода $\approx 1.26 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Моль: количество вещества, содержащая число авогадро молекул: $\nu = \frac{N}{N_A}$

Молярная масса: $\mu = m_{mol} \cdot N_A = Mm$

$$N_A = 6 \cdot 10^{23}$$

Оценим расстояние между атомами и молекулами:

$$1. \text{H}_2\text{O} (\nu = 1 \implies N = 6 \cdot 10^{23}). M = 18 \text{ г}, \rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}. V_\nu = \frac{m}{\rho} \sim a^3 \implies a \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ м} \approx 3 \text{ \AA} \text{ (Ангстрем)}$$

Пот. энергия взаимодействия: суперпозиция притяжения и отталкивания.

Энергия связи: Работа, которую необходимо затратить, чтобы развести атомы в молекуле на ББ расстояние

- Ионная связь: размещены в кристаллической решётке NaCl
- Ковалентная связь: образуется направленными валентными электронными облаками
- Металлическая связь: Игра в горячую картошку
- Молекулярная связь: Молекулы связаны между собой слабыми ван-дер-ваальсовыми силами

Термодинамика

Задача термодинамики: исследование свойств мат тел, характ-емых макроскопическими параметрами, на основе начал термодинамики, игнорируя микроскопические механизмы

Все изолированные системы со временем приходят в равновесное состояние

Изолированная система: не обменивается ни веществом, ни энергией, с окружающей средой

• Нулевое начало термодинамики: при равновесном состоянии все части системы будут иметь одинаковую температуру

Лекция 2 (2025-02-13)

Температурные шкалы

Для шкалы нужно иметь 2 реперные точки

- Цельсий: замерзание воды [0] / кипение воды [100]
- Фаренгейт
- Кельвин: для разр. газов установил, что $p = p_0(1 + \alpha t)$, и так получилось, что $\alpha = 273$ - абсолютная температурная шкала

Измерение температуры: Контактные термометры (теплообмен), Бесконтактные термометры (излучение)

Контактные:

На расширении (нагретые жидкости расширяются и ползут вверх по шкале) [ртутные]

Две спиральные пластинки по-разному расширяются, и поэтому закручиваются [Биметаллические]

Объем газа неизменный, $\frac{P}{P_0} = \frac{T}{T_0}$ [Газовый/Манометрический]

Есть 2 разных спаянных металла, один конец с температурой t_1 , другой - t_2 , возникает термоэлектрический ток и измеряется напряжение [Термоэлектрические]

Электрическое сопротивление линейно зависит от T [Сопротивления]

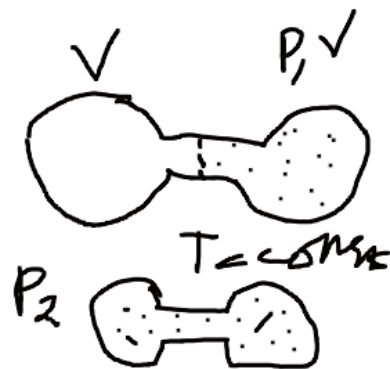
Измерение объема:

Через линейные размеры

Помещая тело в сосуд

объем газа = объем сосуда

Измерение давления: U-образный манометр (столб жидкости), металлический (распрямляется трубка от давления)



Термодинамические процессы

Термодинамический процесс - изменение состояния системы со временем

Равновесный процесс (квазистатический): непрерывная последовательность равновесных состояний системы

Обратимый процесс: может протекать как в прямом, так и в обратном направлении

Термическое уравнение состояния: $f(P, V, T) = 0$ - у нас 2 уравнения; Идеального газа [Менделеева-Клапейрона] и Газы Ван-Дер-Ваальса [ОТНЫНЕ: ВДВ]

$$df = \frac{\partial f}{\partial P} dP + \frac{\partial f}{\partial V} dV + \frac{\partial f}{\partial T} dT = 0$$

$$\bullet P = const \implies \frac{\frac{\partial f}{\partial V}}{\frac{\partial f}{\partial T}} = - \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P = 0$$

$$\bullet V = const \implies \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V = - \frac{\frac{\partial f}{\partial P}}{\frac{\partial f}{\partial T}}$$

$$\bullet T = const \implies \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = - \frac{\frac{\partial f}{\partial V}}{\frac{\partial f}{\partial P}}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = -1 - \text{уравнение связи}$$

$$\text{Терм. коэфф. Объемн. расширения: } \alpha_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

$$\text{Термический коэфф. давления: } \gamma = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

$$\text{Изотермическая сжимаемость: } \rho_T = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

$$\frac{\alpha_V}{\rho_T} = \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Доделайте сами))))0}$$

$$\text{Уравнение Теплового расширения: } V = V_0(1 + \alpha_V \Delta T); L = L_0(1 + \alpha_L \Delta T)$$

$$\alpha_V = \alpha_{Lx} + \alpha_{Ly} + \alpha_{Lz}, \text{ для изотропного тела: } \alpha_V = 3\alpha_L$$

мамку ебал

Первое начало термодинамики: $\underbrace{\delta Q}_{\text{мера переход. энергии}} = \underbrace{dU}_{\dots} + \underbrace{\delta A}_{=pdV: \text{работа против сил } P}$

Внутренняя энергия - энергия хаотического движения молекул, потенциальная энергия их взаимодействия, кинетическая энергия движения атомов в молекулах и потенциальная энергия их взаимодействия

- $\delta A > 0$: Работа совершается системой
- $\delta A < 0$: Работа совершается над системой
- $\delta Q > 0$: Система получает теплоту
- $\delta Q < 0$: Система отдаёт теплоту

Сжимающийся поршень с газом: $\delta A = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = PSdr = PdV \implies A = \int_1^2 PdV$

Уравнение состояния идеального газа: $PV = NK_B T$

Уравнение состояния (калорическое) определяет внутреннюю энергию системы: $U = B \frac{ikT}{2} = \frac{M}{\mu} N_A \frac{ikT}{2} = \frac{M}{\mu} i \frac{RT}{2}$

Лекция 3 (2025-02-17)

Интенсивная величина - не зависит от размеров системы (P, T, p)

Экстенсивная - значение зависит от размеров системы (свойство аддитивности) (V, m, ν)

Теплоёмкость

$C_s = \frac{\delta Q}{dT}$; на практике пользуются молярной (ν) или удельной (m) теплоёмкостью

$$\bar{C} = \frac{\delta Q}{mdT}, C = \frac{\delta Q}{\nu dT}$$

Рассмотрим ...

$$\delta Q = dU + PdV, U = U(V, T) \implies dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV \implies$$

$$\implies \delta Q = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + pdV$$

$$C = \frac{\delta Q}{dT}, C_V = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V, C_P = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_P, \quad \delta Q = C_V dT + \left(p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right) dV$$

$$C_P = C_V + \left(P + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right) \frac{V}{V}$$

Блять... Клавсюк просто какую-то неразборную хуету, блять просто невозможно это говнище конспектировать. Он вообще ни хуя не поясняет. Просто хуйню пишет на доске, путается и всё. Без мата блять не описать. Моего разочарования.

Короче, то же самое с презы:

Теплоёмкость в изохорическом процессе: $C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R$

В произвольном пр-се: $C = \frac{\delta Q}{dT} = C_V + p \frac{dV}{dT}$

Формула Майера: $C_P = C_V + R$

Внутренняя энергия идеального газа

Теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы: на каждую степень свободы приходится $k \frac{T}{2}$ энергии

Внутренняя энергия равна сумме энергий теплового движения (пост., вращ. и колеб.):

$$U = NkT \frac{i}{2} = \frac{M}{\mu} i \frac{RT}{2}$$

Идеальный газ

Идеальный газ: Такой газ, который описывается уравнением Менделеева-Клапейрона

Закон Авогадро: При одинаковых T, P, V в разных газах одинаковое кол-во молекул, т.е. Молярный объём ($273K, 10^5 \text{ Па}$) $\approx 22.4 \text{ л}$

Закон Дальтона: В смеси газов общее давление равно сумме парциальных давлений

(т.е. $P_{\text{смесь}} = \sum_i^n p_i$)

Изобарический процесс: $p = \text{const}; \frac{V}{T} = \text{const}; A = p\Delta V$ - Гей-Люссак

Изохорический процесс: $V = \text{const}; \frac{P}{T} = \text{const}; A = 0$ - Шарль

Изотермический процесс: $T = \text{const}; PV = \text{const}; A = \int_{V_1}^{V_2} RT \frac{dV}{V} = RT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ - Бойль-Мариотт

Адиабатический процесс: $\delta Q = 0; TV^{\gamma-1} = \text{const}; pV^{\gamma} = \text{const}$

$$0 = \mu C_V dT + \frac{pdV \cdot V}{V}, \quad C_V dT = -\frac{RT}{V} dV, \quad \int_{T_0}^T \frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_V} \int_{V_0}^V \frac{dV}{V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln \frac{T}{T_0} + \frac{R}{C_V} \ln \frac{V}{V_0} = 0; \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V} \Rightarrow \ln \frac{T}{T_0} = (1 - \gamma) \ln \frac{V}{V_0}$$

$$TV^{\gamma-1}; pV^{\gamma} = \text{const}, pV \sim T$$

Лекция 4 (2025-02-20)

Адиабатический процесс:

[с прошлой лекции] $\frac{pV}{T} = \text{const}$

$$\delta A = PdV \Rightarrow A = \int_1^2 PdV = \int_1^2 \frac{PdV \cdot V^{\gamma}}{V^{\gamma}} = P_1 V_1^{\gamma} \int_1^2 \frac{dV}{V^{\gamma}} = \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{1 - \gamma} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma})$$

$$\delta Q = dU + \delta A = C_V dT + PdV; \quad Q = 0 \Rightarrow \delta A = -dU; \quad A = -C_V \int_1^2 dT = -C_V (T_2 - T_1)$$

То есть, у нас получилось целых 2 уравнения для работы - через V и T

$$\text{Теперь про гамму: } \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{i+2}{2}R}{\frac{i}{2}R} = \frac{i+2}{i}$$

$$1. \text{ -атомный газ: } i = 3; \gamma = \frac{5}{3} = 1.\bar{6}$$

$$2. \text{ -атомный газ: } i = 5; \gamma = \frac{7}{5} = 1.4$$

$$3. \text{ -атомный газ: } i = 6; \gamma = \frac{8}{6} = 1.\bar{3}$$

Скорость звука в газе

$$v_{\text{зв}} = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}} = \left[PV^{\gamma} = \text{const} \Rightarrow P = \frac{\text{const}}{v^{\gamma}}; P = \beta \rho^{\gamma} \right] = \sqrt{\gamma \frac{\beta \rho^{\gamma}}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma}{\mu} RT}$$

Политропический процесс

Политропический - процесс, в котором теплоёмкость $C = const$

$$\delta Q = C_V dT + P dV; C = \frac{\delta Q}{dT} = C_V + \frac{V P dV}{V dT} = [\nu = 1] \Rightarrow C - C_V = \frac{RT dV}{V dT} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{R}{C - C_V} \frac{dV}{V};$$
$$\ln \frac{T}{T_0} = \frac{R}{C - C_V} \ln \frac{V}{V_0} \Rightarrow const = TV^{\frac{R}{C - C_V}} = TV^{\left(\frac{C - C_P}{C - C_V} - 1\right) = n+1}$$

$$TV^{n-1} = const; PV^n = const \quad \left[n = \frac{C - C_P}{C - C_V} \right]$$

- $T = const; n = 1; C = \pm \infty$
- $V = const; n = \pm \infty; C = C_v$
- $P = const; n = 0; C = C_p$
- $Q = const; n = \gamma; C = 0$

Циклические процессы

Циклический процесс - такой, в результате которого термодинамическая система, изменив своё состояние, в конце возвращается в исходное состояние

$$A = \int_1^2 P dV + \int_2^1 P dV = \oint P dV; \quad \oint dU = 0; \quad \oint \delta A = \oint \delta Q = Q^+ + Q^-$$

$$\text{КПД: } \nu = \frac{A}{Q^+} = 1 + \frac{Q^-}{Q^+}$$

Лекция 5 (2025-02-24)

Цикл Карно

Вывод КПД:

1-2, 3-4: $T_{1,3} = const$

2-3, 4-1: $\delta Q = 0$

1-2: $Q^+ = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$

3-4: $Q^- = \nu R T_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$

$$\begin{cases} 4-1 : T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1} \\ 2-3 : T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1}$$

$$\eta = 1 - \frac{\nu R T_2 \ln \frac{V_4}{V_3}}{\nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\eta = 1 + \underbrace{\frac{Q^-}{Q^+}}_{T_1 = -T_2 \frac{Q^+}{Q^-}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \text{ - это даёт нам абсолютную термодинамическую шкалу, то есть цикл Карно можно}$$

использовать для определения температуры

Холодильная машина

Мы поменяли местами Q^+ и Q^- (1-2: Q^- ; 3-4: Q^+)

$$\text{Кпд: } \eta = \frac{Q^+}{|A|}; \quad Q^+ = \nu RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}; \quad Q^- = -\nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow$$

$$\eta = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \text{коэффициент для холодильной машины}$$

$$\text{Связь кпд холодильника и кпд тепловой машины: } \eta_x = \frac{1 - \eta_{\text{тд}}}{\eta_{\text{тд}}}$$

Тепловой отсос

Машина, переносящая тепловую энергию от более холодного тела к более горячему

$$\text{Коэффициент трансформации энергии: } \eta_{\text{тр}} = [\text{Для цикла Карно}] = \frac{Q^-}{A} = \frac{-T_1}{T_2 - T_1} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

$$\text{Связь с тепловым двигателем: } \eta_{\text{тр}} = \frac{1}{\eta_{\text{тд}}}$$

Цикл стирлинга

Состоит из: 2 изотермических и 2 изохорических процесса

КПД меньше, чем у цикла Карно, но зато он легче в конструкции и надёжный

$$\eta = \frac{Q^+ - Q^-}{Q^+} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{C_V(T_1 - T_2)}{R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}}$$

$$\text{Вывод: } \begin{cases} 4 - 1 - 2 : Q^+ = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + \nu C_V(T_1 - T - 2) \\ 2 - 3 - 4 : Q^- = -\nu RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1} - \nu C_V(T_1 - T - 2) \end{cases}, \text{ дальше просто}$$

Преимущества: Бесшумен, не имеет выхлопа, может работать при малой разнице температур, не расходует рабочее тепло

Двигатели внутреннего сгорания

Цикл Отто

Цикл Дизеля

Теоремы Карно

1. КПД любой обратимой машины Карно зависит только от температур (не зависит от рабочего тела и конструктивных деталей двигателя)
2. КПД Необратимой машины Карно не может быть больше КПД обратимой машиной, если используются одинаковые нагреватель и холодильник

АХАХАХХА, ОН ВТОРУЮ ПОЛОВИНУ ЛЕКЦИИ НАМ ЮТУБЧИК ПОКАЗЫВАЛ

Лекция 6 (2025-02-27)

Напомним первое начало: $\delta Q = dU + \delta A$

Второе начало термодинамики

Формулировка Кельвина: невозможно создать двигатель, который всю теплоту преобразовывает в работу (невозможность вечного двигателя второго рода)

или: невозможен тепловой двигатель $(A = Q^+) \wedge (Q^- = 0) \wedge (\eta = 1)$

Формулировка Клаузиуса: невозможен циклический процесс, при котором единственный результат: передача теплоты от менее нагретого к более нагретому

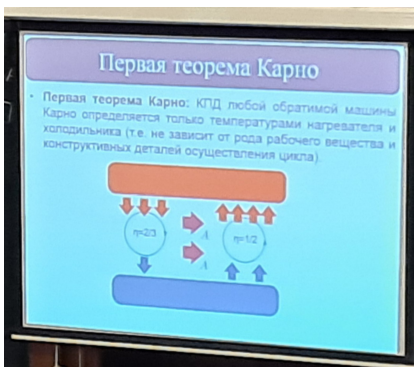
Или: невозможен тепловой насос $(A = 0) \wedge (Q^+ = |Q^-|)$

Доказательство эквивалентности формулировок: ничё не понял, он там какую-то ахинею рисует...

Докажем первую теорему Карно от противного: пусть есть 2 тепловые машины по циклу Карно с разным КПД, но с одним нагревателем и холодильником:

Запустим одну машину как тепловой двигатель, вторую - как тепловой насос. Пусть у первой $\eta = \frac{2}{3}$, у правой $\eta = \frac{1}{2}$. Получается, что такая машина перекачивала бы тепло от более холодного к более горячему - противоречие формулировка Клаузиуса (Это станет более понятно, если нарисовать стрелочки тепла)

Энтропия



Для цикла Карно мы получили, что $\eta = 1 + \frac{Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, то есть

$$\frac{Q^-}{T_2} + \frac{Q^+}{T_1} = 0 \text{ Рассмотрим } \oint \frac{\delta Q}{T} = \sum_{i=1}^4 \oint_i^{i+1 \bmod 4} \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q^+}{T_1} + 0 + \frac{Q^-}{T_2} + 0 = 0$$

Для любого циклического процесса $\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$, поэтому $dS = \frac{\delta Q}{T}$ - функция состояния (значение интеграла зависит только от начального и конечного состояния).

Нарисуем Цикл Карно в TS координатах, получим, что $\delta Q = TdS$, тогда $\eta = 1 + \frac{Q^-}{Q^+} = 1 + \frac{T_2(S_1 - S_2)}{T_1(S_2 - S_1)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

Перепишем первое начало термодинамики в других формах:

$$C = \frac{T \delta Q}{T dT} = T \frac{dS}{dT} \Rightarrow C_P = T \left(\frac{dS}{dT} \right) \Big|_P, C_V = T \left(\frac{dS}{dT} \right) \Big|_V$$

$$PV = \nu RT, \delta Q = dU + PdV \Rightarrow TdS = dU + PdV$$

$$TdS = C_V dT + PdV = \nu c_V \frac{dT}{T} + \frac{PV}{T} \frac{dV}{V} = \nu c_V \frac{dT}{T} + \nu R \frac{dV}{V} \Rightarrow$$

$$\text{через } (T, V): S = S_0 + \nu c_V \ln \frac{T}{T_0} + \nu R \ln \frac{V}{V_0}$$

$$\text{через } (P, V): S = S_0 + \nu c_P \ln \frac{V}{V_0} + \nu c_V \ln \frac{P}{P_0}$$

Лекция 7 (2025-03-03)

Закон возрастания энтропии В адиабатически изолированной системе: $dS > 0$ ($S(V, T) = C_V \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0}$) - это годится как формулировка второго закона термодинамики

Пример 1: сосуд разделён на 2 части; в одной газ есть, в другой нет. Когда мы дадим газу занять весь сосуд, получаем:

$$\delta Q = 0; \delta A = 0 \implies dU = 0 \implies T = \text{const}; V_2 > V_1 \implies S_2 > S_1$$

Пример 2: сосуд на 2 части, один моль газа слева, один моль (другого) газа справа; $T = \text{const}$; потом перегородку убираем, получаем:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \text{ (чтобы сделать процесс квазистатическим, нужны полупроницаемые мембраны)}$$

Пример 3: соприкосновение 2 сред с разной температурой

$$\bar{c} = \frac{T}{T} \frac{\delta Q}{dT} \implies dS = \bar{c} m \frac{dT}{T}$$
$$\Delta S = \bar{c}_1 m_1 \ln \frac{T_3}{T_1} + \bar{c}_2 m_2 \ln \frac{T_3}{T_2}$$

Принцип максимальной работы: При переходе из состояния 1 в 2 максимальная работа достигается только при квазистатическом процессе

Термодинамические функции и потенциалы

P, V, T, U, S - это **термодинамические функции**

Термодинамические функции - функции двух независимых переменных

Основное термодинамическое тождество: $\delta Q = \delta U + \delta A \equiv T dS = dU + p dV$

$$dU = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial u}{\partial V} \right)_T dV; dS = \underbrace{\frac{1}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_P}_{P(T,V)} dT + \underbrace{\left(P + \left(\frac{\partial u}{\partial V} \right)_T \right)}_{Q(T,V)} \frac{dV}{T}$$

$$\left[\text{из математики: } dF(T, V) = P(T, V) dT + Q(T, V) dV; \frac{\partial^2 F}{\partial T \partial V} = \frac{d^2 F}{dV dT} \implies \frac{\partial P}{\partial V} = \frac{\partial Q}{\partial T} \right]$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_V \right)_T = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial T \partial V} \right)_{VT}$$
$$\left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{P}{T} + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial V} \right)_T \right)_V = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - \frac{P}{T^2} + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial V \partial T} \right) - \frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial u}{\partial V} \right)_T$$

Левые части равны; из прошлых 2 строчек: $\left(\frac{\partial u}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P$!!! - уравнение связи калорического и термического уравнения

Пример: $PV = RT; \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{R}{V}$

Внутренняя энергия

$$dU = T dS - P dV; T = \left(\frac{\partial u}{\partial S} \right)_V; -P = \left(\frac{\partial u}{\partial V} \right)_S$$

Лекция 8 (2025-03-06)

Свободная энергия F

$$F = U - TS; \quad dF = \underbrace{dU - TdS}_{-PdV} - SdT = -SdT - PdV; \quad F(V, T)$$

$$dF(V, T) = \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V dT \Rightarrow \begin{cases} -P = \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T \\ -S = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$$

Энтальпия H

$$H = U + pV \quad dH = \underbrace{dU + PdV}_{\delta Q = TdS} + VdP = TdS + VdP; \quad H(S, P)$$

$$dH(S, P) = \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_P dS + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_S dP \xrightarrow{\text{аналогично}} \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P$$

Потенциал Гиббса G

$$G = H - TS \quad dG = dH - TdS - SdT = TdS + VdP - TdS - SdT = VdP - SdT; \quad G(P, T)$$

$$dG(P, T) = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P dT \xrightarrow{\text{аналогично}} -\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

Все соотношения максвелла:

- $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V$ [Внутренняя энергия]
- $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$ [Свободная энергия]
- $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P$ [Энтальпия]
- $-\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ [Потенциал Гиббса]

Химический потенциал

Нужен, если число частиц изменяется, чтобы учесть это, к каждому потенциалу добавим слагаемое $\mu^* dN$

Например, $dU = TdS - PdV + \mu^* dN$

Выражения для него: $\mu^* = \left(\frac{\partial U}{\partial N}\right)_{V,S} = \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{T,V} = \left(\frac{\partial H}{\partial N}\right)_{P,S} = \left(\frac{\partial G}{\partial N}\right)_{T,P}$ - получаются из формул потенциалов

Устойчивость термодинамической системы

В необратимых самопроизвольных процессах при постоянстве естественных переменных соответствующий потенциал стремится к нулю

Например: у нас есть газ, мы его изолировали и держим объём постоянным. $TdS = C_V dT + PdV \Rightarrow [dQ = 0 \Rightarrow C_V dT = -P_0 dV] \Rightarrow dS = \frac{1}{T}(P - P_0)dV$

Третье начало термодинамики (тепловая теорема Нернста)

: При стремлении температуры к 0 энтропия стремится к конечному значению S_0 , не зависящему от давления, агрегатного состояния и т.п. (её можно положить равной нулю)

Следствия: $C = \frac{\partial Q}{dT} = T \frac{dS}{dT} \rightarrow 0$

Изменение температуры при адиабатическом охлаждении:

$$-\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

Всю вторую половину лекции я проебал))

Лекция 9 (2025-03-10)

в жидкостях с повышением температуры обычно теплоёмкость увеличивается

В твёрдых телах работает закон Дюлонга и Пти $C_V = 3R$ (для неметаллических тел).

Для металлов: поправка, связанная с теплоёмкостью электронов

при $T \rightarrow 0$: $c_v \propto T^3$

Статистический подход

Напомним, что в молекулярной физике есть 3 подхода:

Динамический - система из 10^{23} уравнений, немного нерешабельно)))

Термодинамический - основан на макропараметрах, P, V, T, ν

Статистический - основан на микропараметрах $\vec{x}, \vec{v} - N_A$ штук для 1 моля

Микросостояние - совокупность всех микропараметров системы

Макропараметр - величина, определённая макроскопическими измерениями: величина определяется большим числом микросостояний

Постулат равновероятности (основной постулат статистической физики): микросостояния равновесной изолированной системы равновероятны и равны $P_S = 1/\Gamma_0$, где Γ_0 : количество всех возможных микросостояний

Эргодическая гипотеза: среднее по ансамблю равно среднему по времени: $\bar{N}_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T N_1(t) dt$

Статистический ансамбль: совокупность одинаковых статистических систем

Термодинамическая вероятность $\Gamma(n, m)$ (макросостояния): число микросостояний, которыми реализуется данное макросостояние

Математическая вероятность: $P = \frac{\Gamma(n, m)}{\Gamma_0}$

Условие нормировки: суммарная вероятность всех исходов равна 1

Математическое ожидание/среднее значение: $\langle \xi \rangle = \sum_{i=1}^n \xi_i P_i$

Комбинаторика

Число перестановок: сколькими способами можно поставить в ряд n элементов: $P_n = n!$

Число размещений: сколькими способами из множества размером n выбрать m элементов и расставить в ряд: $A_n^m = \frac{P_n}{P_{n-m}} = \frac{n!}{(n-m)!}$

Число сочетаний: сколькими способами выбрать m элементов из множества, содержащего n одинаковых элементов: $C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

дисперсия: $\sigma^2 = \langle (\xi - \langle \xi \rangle)^2 \rangle = \langle \xi^2 \rangle - \langle \xi \rangle^2$

Сейчас он рассказывает про вероятности, я это записывал в 234 праке, там хорошая методичка:

http://genphys.phys.msu.ru/rus/lab/mol/Lab234_2019.pdf

Лекция 10 (2025-03-17)

Биноминальное Распределение, распределение Гаусса и Пуассона

<На этой лекции у меня был разряжен ноут, поэтому конспекта нет, я хз, перепису я его из тетради или нет>

Распределение Максвелла

Вероятность того, что скорость в интервале $\begin{cases} (v_x, v_x + dv_x) \rightarrow dP = f(v_x)dv_x \\ (v_y, v_y + dv_y) \rightarrow dP = f(v_y)dv_y \\ (v_z, v_z + dv_z) \rightarrow dP = f(v_z)dv_z \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow dP(v_x, v_y, v_z) = \underbrace{f(v_x)f(v_y)f(v_z)}_{f(v)} dv_x dv_y dv_z$

$$\frac{\partial}{\partial v_x} (\ln f(v)) = \frac{\partial}{\partial v_x} (\ln f(v_x) + \ln f(v_y) + \ln f(v_z)) \Rightarrow \frac{f'(v)}{f(v)} \frac{dv}{dv_x} = \frac{f'(v_x)}{f(v_x)} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left[v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial v_x} = \frac{v_x}{\sqrt{\dots}} = \frac{v_x}{v} \right] \Rightarrow \frac{1}{v} \frac{f'(v)}{f(v)} = \frac{1}{v_x} \frac{f'(v_x)}{f(v_x)} = \frac{1}{v_y} \frac{f'(v_y)}{f(v_y)} = \frac{1}{v_z} \frac{f'(v_z)}{f(v_z)} =:$$

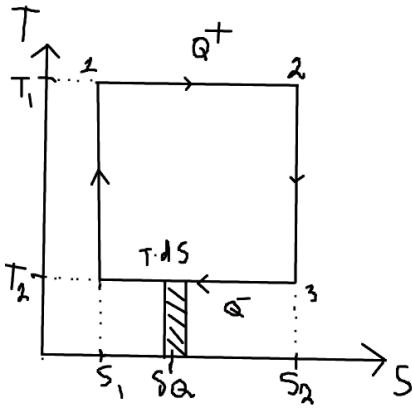
$$\frac{f'(v_x)}{f(v_x)} dv_x = -\alpha v_x dv_x \Rightarrow \ln(f(v_x)) = -\frac{\alpha v_x^2}{2} + C, f(v_x) = C' \exp\left(-\frac{\alpha v_x^2}{2}\right)$$

$$A \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\alpha v_x^2}{2}} dv_x \sqrt{\frac{\alpha}{2}} = 1 = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} \right] = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \exp\left(-\frac{\alpha v_x^2}{2}\right)$$

$$\left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{3}{2} kT \Rightarrow \langle v^2 \rangle = 3 \frac{kT}{m}; \quad \langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle \Rightarrow \langle v^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle = 3 \frac{kT}{m} \Rightarrow \langle v_x^2 \rangle = \frac{kT}{m}$$

$$\langle v_x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} v_x^2 f(v_x) dx = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} v_x^2 \exp\left(-\frac{\alpha v_x^2}{2}\right) dv_x = -2 \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\alpha v_x^2}{2}\right) dv_x =$$
$$= \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} (-2) \frac{\partial}{\partial \alpha} \underbrace{\sqrt{\frac{2}{\alpha}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\alpha v_x^2}{2}\right) \sqrt{\frac{\alpha}{2}} dv_x}_{\sqrt{\pi}} = -2 \sqrt{\alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} \alpha^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\alpha} = \frac{kT}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{m}{kT}$$

$$f(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right); \quad f(v) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3} \exp\left(-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}\right)$$



По абсолютным значениям скорости: С одинаковым значением скорости мы образуем "сферу" с одинаковыми скоростями. поэтому вероятность нужно домножить на $4\pi v^2$:

$$F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} 4\pi v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$

$$v_{\text{наив.}} = \left[\frac{dF}{dv} = \dots = 0\right] = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\langle v \rangle = \int_0^\infty v F(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$\langle v^2 \rangle = \sqrt{\int_0^\infty v^2 F(v) dv} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Лекция 11 (2025-03-20)

Thu Mar 20 09:02:14 MSK 2025

Чтобы работало распределение Максвелла, нужно, чтобы расстояние между молекулами $\Gamma_0 \gg \lambda = \frac{h}{p}$ было много больше длины волны Де Бройля. Тогда можно сказать, что одна молекула занимает объём $n_{\text{конц.}} \cdot \Gamma_0^3 = 1$

$$\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{3}} \gg \frac{h}{m} \sqrt{\frac{m}{3kT}} \Rightarrow 1 \gg \frac{hn^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{3kTm}} \Rightarrow T \gg \frac{h^2 n^{\frac{2}{3}}}{3km}$$

Принцип детального равновесия: количество молекул dN в объёме $dx dy dz$ не меняется со временем невзирая на количество столкновений

$$\text{средняя скорость } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \approx_{\text{He}} 1780 \text{ м/с} \approx_{\text{O}_2} 460 \text{ м/с}$$

Частота ударов молекул о стенку

<У меня есть фотографии, перепишу позже...>

Лекция 12 (2025-03-24)

Mon Mar 24 09:01:52 MSK 2025

Уравнение менделеева-клапейрона

Вычислим давление при температуре T и концентрации n : $\Delta p = 2mv_{1x}\Delta N_1 = F_1\Delta t$

$\Delta N_1 = n_1v_{1x}\Delta tS\frac{1}{2}$ - половина молекул летит на стенку

$$P_1 = \frac{F_1}{S} = n_1mv_{1x}2 \Rightarrow P = \sum P_1 = m \frac{n_1v_{1x}^2 + \dots + n_Nv_{Nx}^2}{n} n = mn \left(\frac{N_1}{N}v_{1x}^2 + \dots + \frac{N_N}{N}v_{Nx}^2 \right) = mn \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3}mn \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3}n \langle E_k \rangle = \frac{2}{3}n \frac{3}{2}kT = nkT = P$$

Распределение Максвелла по модулю скоростей: $\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 3\pi v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv$,

$$\begin{aligned} E = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \Rightarrow dv &= \sqrt{\frac{1}{2mE}} dE, \text{ по энергии: } \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi \frac{2E}{m} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \frac{1}{\sqrt{2mE}} dE = \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2} \sqrt{E} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE \Rightarrow \langle E_k \rangle = \int_0^\infty E f(E) dE = \\ &= \left[y^2 := \frac{E}{kT} \rightarrow \int_0^\infty y^4 e^{-y^2} dy \rightarrow \int_0^\infty e^{-y^2} dy \rightarrow \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right] = \frac{3}{2}kT \\ \langle E^2 \rangle &= \frac{15}{4}(kT)^2 \Rightarrow \sigma_E^2 = \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2 = \frac{3}{2}(kT)^2 \end{aligned}$$

Баброметрическая формула

Рассмотрим цилиндрический сосуд со слоем dz ; рассмотрим силу на 1 молекул: $F_{z1}dN + F(z) -$

$$F(z + dz) = 0 \Rightarrow F_{z1}ndz = S(p(z + dz) - p(z)) \Rightarrow F_{1z}n = \frac{\partial P}{\partial z}, F = -\nabla \Pi$$

$$n = \frac{P}{kT} \Rightarrow \frac{-1}{kT} \frac{\partial \Pi}{\partial z} = \frac{\partial P}{P \partial z} \Rightarrow P = P_0 \exp\left(-\frac{\Pi}{kt}\right) = P_0 \exp\left(-\frac{mgz}{kT} = -\frac{\mu gz}{RT}\right)$$

Boltzmann distribution

Это, собственно, распределение, основанное на барометрической формуле: $n = n_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}$

Лекция 13 (2025-03-27)

Thu Mar 27 09:04:29 MSK 2025

Распределение больцмана

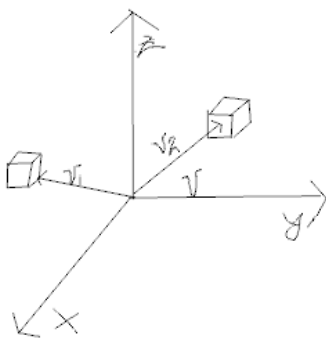
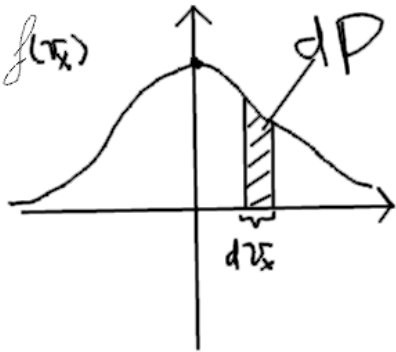
Описывает веростность того, что молекула с потенциальной энергией U имеет координаты $xyz + dx dy dz$: $dP_B(x, y, z) = A \exp\left(-\frac{U(x, y, z)}{k_B T}\right) dx dy dz$.

$$\begin{aligned} \text{Вывод: по барометрической формуле } n(z) &= n_0 \exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right) \Rightarrow N = \int_0^H n_0 \exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right) \cdot S dz = \\ n_0 S \frac{kT}{mg} \left(1 - \exp\left(-\frac{mgH}{kT}\right)\right); \quad n_0 &= \frac{N}{HS} \cdot \frac{\dots}{\dots} = \langle n \rangle \cdot \frac{mgH}{kT} \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{mgH}{kT}\right)} \end{aligned}$$

Пример: Допустим, у нас есть цилиндрический сосуд, вращается со скоростью $\vec{\omega}$, $F_{цб.} = m\omega^2 r$,
 $A = \frac{m\omega^2 r^2}{2} \Rightarrow n(r) = n_0 \exp\left(\frac{m\omega^2 r^2}{2kT}\right)$, $N = \langle n \rangle V = \int_0^H \int_0^{2\pi} \int_0^R n_0 r \exp\left(\frac{m\omega^2 r^2}{2kT}\right) dr d\varphi dz =$
 $2\pi H \int_0^R n_0 r \exp\left(\frac{m\omega^2 r^2}{2kT}\right) dr$ - простой интеграл, берётся заменой $r^2 \rightarrow t$:)

UPD: взяли интеграл на летучке...

потенциальные ямы



Попробуем найти низ потенциальной ямы; разложим энергию в ряд тейлора и попробуем посчитать самые ёбнутые интегралы за эту лекцию:

$$\begin{aligned}
 U(X) &= U_0 + \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right|_{x_0} (x - x_0)^2 + \dots; u_0 := 0, x_0 := 0 \Rightarrow u(x) = cx^2 - gx^3 + \\
 & f x^4; (c, g, f = \frac{1}{2!, 3!, 4!} \left. \frac{\partial^{2,3,4} u}{\partial x^{2,3,4}} \right|_{x_0}) \\
 \bar{x} &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x A \exp\left(-\frac{cx^2 - gx^3 + fx^4}{kT}\right) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(-\frac{cx^2 - gx^3 + fx^4}{kT}\right) dx} \\
 &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x \exp\left(-\frac{cx^2}{kT}\right) \exp\left(-\frac{-gx^3 + fx^4}{kT}\right) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{cx^2}{kT}\right) \left(\underbrace{x}_{=0} + \frac{gx^4}{kT} - \frac{fx^5}{kT}\right) dx} \approx \\
 &= \frac{g}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{cx^2}{kT}\right) \frac{x^4 c^2}{(kT)^2} dx \sqrt{\frac{c}{kT}} \sqrt{\frac{kT}{c}} =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{g(kT)^{3/2}}{c^{5/2}} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} t^4 dt}_{=\frac{3}{4}\sqrt{\pi}} = \frac{3g(kT)^{3/2}\sqrt{\pi}}{4c^{5/2}}$$

$$\sqrt{\frac{kT}{c}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{cx^2}{kT}\right) dx \sqrt{\frac{c}{kT}} = \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{kT}{c}} \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = \frac{3gkT}{4c^2} \\ \alpha_L = \frac{1}{x_0} \frac{dx}{dT} = \frac{3gk}{4x_0 c^2} \end{cases}$$

микросостояние статистической системы, фазовое пр-во

$$\Gamma_1 = dx dy dz dP_x dP_y dP_z = h^3; \Gamma = \frac{\frac{4}{3}\pi \rho^3 V}{h^3} = AE^{3/2}V$$

Лекция 14 (2025-03-31)

Mon Mar 31 09:03:15 MSK 2025 Разделим сосуд на 2 части. Посчитаем вероятность того, что в левой части энергия E_1 :

$$P(E_1) = \frac{\Gamma(E_1)\Gamma(E_2)}{\Gamma_0}, \frac{\partial P(E_1)}{\partial E_1} = 0 = \frac{\partial \ln P(E_1)}{\partial E_1} = 0 = \frac{\partial \ln \Gamma(E_1)}{\partial E_1} + \underbrace{\frac{\partial \ln \Gamma(E_2)}{\partial E_2} \left(\frac{\partial E_2}{\partial E_1}\right)}_{=-1} = 0$$

$$\frac{\partial \ln \Gamma(E_1)}{\partial E_1} = \frac{\partial \ln \Gamma(E_2)}{\partial E_2} \Rightarrow T_1 = T_2 \Rightarrow \frac{\partial \ln \Gamma(E)}{\partial E} = \frac{1}{kT} - \text{статистическое определение температуры.}$$

Распределение Гиббса

$$P(\varepsilon) = \frac{\Gamma(\varepsilon)\Gamma(E_0 = \varepsilon)}{\Gamma_0} \Rightarrow P(\varepsilon) = A \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)$$

$$E \rightarrow g(E) = \frac{dP_x dP_y dP_z dx dy dz}{h^2} \Rightarrow dP = A \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dP_x dP_y dP_z dx dy dz; E = \frac{mv^2}{2} + \Pi(x, y, z) \Rightarrow dP(E) = dP_M \cdot dP_B, dP_M = A \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \cdot 3\pi v^2 dv$$

Определение энтропии

$S = f(P)$: энтропия - это функция от вероятности..? $P = \frac{\Gamma}{\Gamma_0}$. Пример: есть 2 объёма с $S_1, P_1; S_2, P_2$. При объединении систем: $S_{12} = S_1 + S_2; P_{12} = P_1 \cdot P_2. S_{12} = f(P_1) + f(P_2) = f(P_1 P_2) \Rightarrow f(P) = C \ln(P) = A \ln(\Gamma)$

Найдём A : $S(V, T) = C_V \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0}$. возьмём 2 сосуда с равными объёмами и объединим их: $\Delta S = R \ln 2 = A \ln \frac{\Gamma_{\text{Стало}}}{\Gamma_{\text{Было}}} = A \ln \frac{2^{N_A}}{1}; R = AN_0 \Rightarrow A = k_B$

$$S = k_B \ln \Gamma$$

Теорема о равнораспределении E по степеням свободы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{m \langle v_x^2 \rangle}{2} + \frac{m \langle v_y^2 \rangle}{2} + \frac{m \langle v_z^2 \rangle}{2} = \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2}$$

$$\left\langle \frac{mv_x^2}{2} \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \cdot \frac{mv_x^2}{2} dv_x = \frac{kT}{2}$$

$$\left\langle \frac{\mathcal{J}_x \omega_x^2}{2} \right\rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(-\frac{\mathcal{J}_x \omega_x^2}{2kT}\right) \frac{\mathcal{J}_x \omega_x^2}{2} d\omega_x}{\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(-\frac{\mathcal{J}_x \omega_x^2}{2kT}\right) d\omega_x} = \frac{kT}{2}$$

$$\langle E \rangle = \left\langle \frac{mv_x^2}{2} \right\rangle + \left\langle \frac{kx^2}{2} \right\rangle = \left\langle \frac{mv_x^2}{2} \right\rangle + \left\langle \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right\rangle = \frac{kT}{2} + \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{m\omega^2 x^2}{2} A \exp\left(-\frac{m\omega^2 x^2}{2kT}\right) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(-\frac{m\omega^2 x^2}{2kT}\right) dx} = \frac{kT}{2} +$$

$$\frac{kT}{2} = kT$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{(i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{кол}})}{2} kT$$

Броуновское движение

Блуждание частицы: одно перемещение под воздействием ударов

$$\vec{r}_n = \sum_i \vec{q}_i \implies \langle r^2 \rangle = \left\langle \sum_{i \neq j} \vec{q}_i \cdot \vec{q}_j \right\rangle + \left\langle \sum_i q_i^2 \right\rangle = \left\langle \sum_i q_i^2 \right\rangle$$

Лекция 15 (2025-04-10)

Thu Apr 10 09:04:19 MSK 2025

я неделю болел, поэтому пары конспектов нет...

явления переноса

Диффузия - перенос вещества $J = -D \frac{dn}{dx}$; $m = -D \frac{\Delta p}{\Delta x} \Delta s \Delta t$; $D = \frac{n}{\rho}$

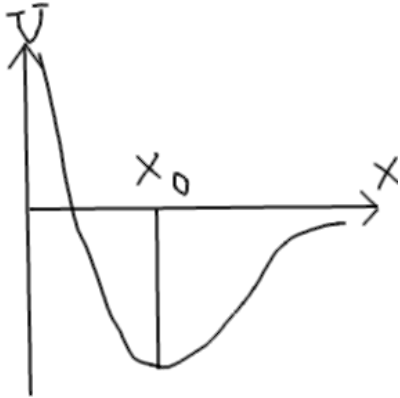
Вязкость - перенос импульса $F = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S$; $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda = Dp$

Теплопроводность - перенос энергии $q = \chi \frac{dT}{dx} s$; $\chi = \frac{1}{3} \langle v \rangle \rho C_V = \eta C_V$

Лекция 16 (2025-04-14)

Mon Apr 14 09:03:12 MSK 2025

какая-то нестационарная диффузия



$$\Delta n = -(\mathcal{J}_N(x + \Delta x) - \mathcal{J}_N(x)) \Delta x \implies \frac{\Delta n}{\Delta x \Delta s \Delta t} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = -\frac{\mathcal{J}_N(x + \Delta x) - \mathcal{J}_N(x)}{\Delta x} \xrightarrow{\Delta x, \Delta t \rightarrow 0} \frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial \mathcal{J}_N}{\partial x} \quad \mathcal{J}_n = -D \frac{\partial n}{\partial x} \quad D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \text{уравнение нестационарной диффузии в одномерном случае.}$$

какая-то нестационарная теплопроводность

Она рассматривается аналогично; 2 площадки, поток тепла $\mathcal{J}_Q$

$$\Delta Q = \bar{c} m \Delta T = \bar{c} \rho \Delta s \Delta x \Delta T; \Delta Q = -(\mathcal{J}_Q(x + \Delta x) - \mathcal{J}_Q(x)) \Delta S \Delta t \implies \frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{\mathcal{J}_Q(x + \Delta x) - \mathcal{J}_Q(x)}{\Delta x} \xrightarrow{\Delta t, \Delta x \rightarrow 0} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial \mathcal{J}_Q}{\partial x} \quad \mathcal{J}_Q = -\chi \frac{\partial T}{\partial x} \quad \chi \frac{\partial T}{\partial x} \quad \frac{1}{\bar{c} \rho} \xrightarrow{\Delta t, \Delta x \rightarrow 0} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial \mathcal{J}_Q}{\partial x} \quad \mathcal{J}_Q = -\chi \frac{\partial T}{\partial x} \quad \chi \frac{\partial T}{\partial x}$$

явления переноса в разряженном газе

$$\frac{\Delta N}{\Delta S \Delta t} = \frac{\Delta N_1 - \Delta N_2}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{4} \langle v \rangle (n_1 - n_2) = \frac{1}{4} \langle v \rangle \frac{\rho_1 - \rho_2}{kT}$$

Допустим, теперь есть перегородка между газами, значит, поток в 2 стороны через неё будет равным в 2 стороны: $\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2 \implies \frac{n_1 \langle v_1 \rangle}{4} = \frac{n_2 \langle v_2 \rangle}{4} \implies \frac{P_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{P_2}{\sqrt{T_2}}$

Нереальные газы. Уравнение военно-воздушных войск (ВДВ) [ван дыр вальса]

Смотрите методичку 230 прака, там все картинки. Я устал от $\LaTeX$. Очень. Сюда невозможно картинки нормально вставить. Давайте теперь займёмся математикой:

молекулы имеют конечный размер :0

$p = \frac{\nu RT}{V} = \frac{\nu RT}{V - \nu b}$. Пофиг на моли, $\nu = 1$, в грубом приближении взаимодействие парное. 2 молекулы находятся в шарике, посчитаем его объём: $V = \frac{4}{3} \pi (2r_0)^3$; $b = \frac{N_A}{2} \frac{4}{3} \pi 8r_0^3$

Но давайте представим, что молекулы упакованы не парами, а сотами (типа они круглешки). Тогда при $p \rightarrow \infty$, $V \rightarrow b = 1.35 N_A V_0$

Но! у нас будет пристеночный слой. В этом объёме молекулы размещаться не смогут немного. Поэтому надо вычесть пристеночный объём. Но если сделать оценки, то этот объём дохуя мал : $V \ll b$

сила притяжения молекул

В газе уравнивается, а у стенок - нет. Поэтому давление будет меньше...

$F_{вз} = F_1$. Увеличим концентрацию в 2 раза. В том же объёме в 8 раз больше молекул, и каждая молекула притягивается к каждой. $4F_1$. Ой ну это такой идиотизм, мы этой хуйнёй занимаемся потому, что хотим сказать: $F \propto n^2 \Rightarrow F \propto \frac{\nu^2}{V^2}$, $P = \frac{\nu RT}{V - \nu b} - \Delta p$, $\Delta p = a \frac{\nu^2}{V^2}$ поэтому УРАВНЕНИЕ ВДВ:

$$\left(P + a \frac{\nu^2}{V^2} \right) (V - \nu b) = \nu RT$$

Приведённое уравнение: $\pi := \frac{p}{p_{кр}}; \omega := \frac{\omega}{\omega_{кр}}; \tau := \frac{T}{T_{кр}} \Rightarrow$

