Mon Mar 24 09:01:52 MSK 2025

Уравнение менделеева-клапейрона

Вычислим давление при температуре T и концентрации n: $\Delta p = 2mv_{1x}\Delta N_1 = F_1 \Delta t$

$\Delta N_1 = n_1 v_{1x} \Delta t S \frac{1}{2}$ - половина молекул летит на стенку

$P_1 = \frac{F_1}{S} = n_1 m v_{1x} 2 \implies P = \sum P_1 = m \frac{n_1 v_{1x}^2 + \cdots + n_N v_{Nx}^2}{n} n = mn \left(\frac{N_1}{N} v_{1x} 2 + \cdots + \frac{N_N}{N} v_{Nx}^2 \right) = mn \left\langle v_x^2 \right\rangle = \frac{1}{3} mn \left\langle v^2 \right\rangle = \frac{2}{3} n \left\langle E_k \right\rangle = \frac{2}{3} n \frac{3}{2} kT = nkT = P$

———————————————————————————————

Распределение Максвелла по модулю скоростей: $\left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} 3\pi v^2 \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) dv,$

$E = \frac{mv^2}{2} \implies v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \implies dv = \sqrt{\frac{1}{2mE}} dE$, по энергии: $\left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} 4\pi \frac{2E}{m} \exp \left(-\frac{E}{kT} \right) \frac{1}{\sqrt{2me}} dE =$

$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{kT} \right)^{3/2} \sqrt{E} \exp \left(-\frac{E}{kT} \right) dE \implies \left\langle E_k \right\rangle = \int_0^\infty E f(E) dE =$

$= \left[y^2 := \frac{E}{kT} \to \int_0^\infty y^4 e^{-y^2} dy \to \int_0^\infty e^{-y^2} dy \to \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right] = \frac{3}{2} kT$

$\left\langle E^2 \right\rangle = \frac{15}{4} (kT)^2 \implies \sigma_E^2 = \left\langle E^2 \right\rangle - \left\langle E \right\rangle^2 = \frac{3}{2} (kT)^2$

Беброметрическая формула

Рассмотрим цилиндрический сосуд со слоем dz; рассмотрим силу на 1 молекулк: $F_{z1} dN + F(z) - F(z + dz) = 0 \implies F_{z1} n dz = S(p(z+dz) - p(z)) \implies F_{1z} n = \frac{\partial P}{\partial z}, F = -\nabla \Pi$

$n = \frac{P}{kT} \implies \frac{-1}{kT} \frac{\partial \Pi}{\partial z} = \frac{\partial P}{P \partial z} \implies P = P_0 \exp \left(-\frac{\Pi}{kt} \right) = P_0 \exp \left(-\frac{mgz}{kT} = -\frac{\mu g z}{RT} \right)$

Boltzmann distribution

Это, собственно, распределение, основанное на барометрической формуле: $n = n_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}$