Распределение больцмана

Описывает веростность того, что молекула с потенциальной энергией U имеет координаты $xyz+dxdydz$: $dP_B(x,y,z) = A\,\text{exp}\left(-\dfrac{U(x,y,z)}{k_BT}\right)dxdydz$.

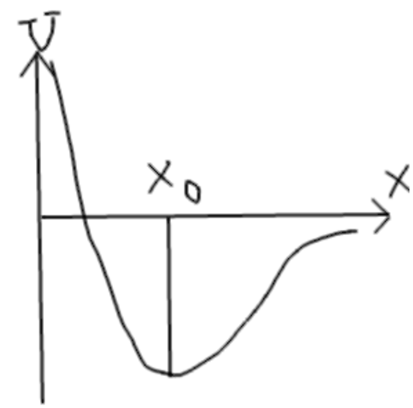
Вывод: по барометрической формуле $n(z) = n_0\,\text{exp}\left(-\dfrac{mgz}{kT}\right) \implies N = \int_0^H n_0\,\text{exp}\left(-\dfrac{mgz}{kT}\right)\cdot Sdz = n_0S\dfrac{kT}{mg}\left(1-\text{exp}\left(-\dfrac{mgH}{kT}\right)\right);\quad n_0 = \dfrac{N}{HS}\cdot\dfrac{\dots}{\dots} = \langle n\rangle\cdot\dfrac{mgH}{kT}\dfrac{1}{1-\text{exp}\left(-\frac{mgH}{kT}\right)}$

Пример: Допустим, у нас есть цилиндрический сосуд, вращается со скоростью $\vec{\omega}$, $F_{\text{цб.}} = m\omega^2 r$, $A = \dfrac{m\omega^2r^2}{2} \implies n(r) = n_0\,\text{exp}\left(\dfrac{m\omega^2r^2}{2kT}\right), N = \langle n\rangle V = \int_0^H\int_0^{2\pi}\int_0^R n_0 r\,\text{exp}\left(\dfrac{m\omega^2r^2}{2kT}\right)drd\varphi dz = 2\pi H\int_0^R n_0 r\,\text{exp}\left(\dfrac{m\omega^2r^2}{2kT}\right)dr$ - простой интеграл, берётся заменой $r^2\to t$:)

UPD: взяли интеграл на летучке...

потанцевальные ямы

Попробуем найти низ потенциальной ямы; разложим энергию в ряд тейлора и попробуем посчитать самые ёбнутые интегралы за эту лекцию:



$U(X) = U_0 + \left.\dfrac{\partial U}{\partial x}\right|_{x_0}(x-x_0) + \dfrac{1}{2}\left.\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right|_{x_0}(x-x_0)^2 + \dots; u_0 := 0, x_0 := 0 \implies u(x) = cx^2 - gx^3 + fx^4; (c,g,f = \dfrac{1}{2!,3!,4!}\left.\dfrac{\partial^{2,3,4}u}{\partial x^{2,3,4}}\right|_{x_0})$

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} xA\,\text{exp}\left(-\frac{cx^2-gx^3+fx^4}{kT}\right)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} A\,\text{exp}\left(-\frac{cx^2-gx^3+fx^4}{kT}\right)dx}.$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x\,\text{exp}\left(-\frac{cx^2}{kT}\right)\text{exp}\left(\frac{-gx^3+fx^4}{kT}\right)dx \approx$$

$$\approx \int_{-\infty}^{\infty}\text{exp}\left(-\frac{cx^2}{kT}\right)(\underbrace{x}_{=0} + \frac{gx^4}{kT} - \underbrace{\frac{fx^5}{kT}}_{=0})dx =$$

$$= \frac{g}{c^2}\int_{-\infty}^{\infty}\text{exp}\left(-\frac{cx^2}{kT}\right)\frac{x^4c^2}{(kT)^2}dx\sqrt{\frac{c}{kT}}\sqrt{\frac{kT}{c}} =$$

$$= \frac{g(kT)^{3/2}}{c^{5/2}}\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}e^{-t^2}t^4dt}_{=\frac{3}{4}\sqrt{\pi}} = \frac{3g(kT)^{3/2}\sqrt{\pi}}{4c^{5/2}}$$

$$\sqrt{\frac{kT}{c}}\int_{-\infty}^{\infty}\text{exp}\left(-\frac{cx^2}{kT}\right)dx\sqrt{\frac{c}{kT}} = \sqrt{\pi}\sqrt{\frac{kT}{c}} \implies \begin{cases}\bar{x} = \dfrac{3gkT}{4c^2}\\ \alpha_L = \dfrac{1}{x_0}\dfrac{dx}{dT} = \dfrac{3gk}{4x_0c^2}\end{cases}$$

микросостояние статичтической системы, фазовое пр-во

$\Gamma_1 = dxdydzdP_xdP_ydP_z = h^3; \Gamma = \frac{\frac{4}{3}\pi\rho^3 V}{h^3} = AE^{3/2}V$